XB

**硕士研究生招生考试**

**同等学力加试**

**实变函数 考试大纲**

(科目代码： )

学院名称(盖章)： 数学与统计学院

学院负责人(签字)：

编 制 时 间： 2019年 7 月2 日

**《实变函数》 考试大纲**

1. **考核概要**

实变函数是数学与应用数学的专业课之一。通过本课程的学习，使学生掌握实变函数的基本理论、基本知识与基本方法，为以后进一步的深入学习其它学科打下坚实的基础。本课程的具体要求有：掌握集合论的基本理论；初步掌握和了解测度论的基本知识；熟练掌握可测函数的基本概念和基本性质，初步掌握lebesgue 积分的理论和方法。

本课程的要求：要求学生能熟练地掌握对等和基数的概念，可数集的定义和性质，n维欧氏空间中聚点、内点和界点的定义，开集、闭集、完备集的概念和性质。初步理解和掌握可测集和不可测集的刻化和基本性质。熟练掌握可测函数的性质，几乎处处收敛与依测度收敛的关系和基本的推导方法。初步掌握lebesgue 积分的的性质，能用有关定理极其它与Riemann积分的关系去处理一些简单的问题。

1. **考核要点及要求**

第一章 集合

1、知识点

集合的概念和运算，对等与基数，可数集合，不可数集合，半序集和曹恩引理

2、考核要求

1）掌握集合交，并、余等运算和上、下极限的定义和基本运算；

2）熟练掌握集合的对等的定义与性质；能熟练应用伯恩斯坦（Bernstein）定理证明集合的对等关系；

3）理解基数的定义；掌握可数集与不可数集的性质，会判断给定的集合是否可数。

1. 点集
   1. 知识点

度量空间（n维欧氏空间），聚点、内点和界点，开集、闭集、完备集极其构造

2、考核要求

1. 理解和掌握度量空间的定义，邻域的性质，有界点集的定义和n维区间的体积；
2. 熟练掌握n维区间点的关系，聚点、内点和界点的定义聚点与等价条件；
3. 掌握开核、边界和导集的概念和性质极其相互关系；
4. 理解和掌握开集、闭集和完备集的性质；
5. 理解开集的构成区间与余区间，了解开集、闭集的构造；熟练掌握康托尔集的构成和性质。
6. 测度论
   1. 知识点

约当测度，Lebesgue 外测度和内测度，可测集

2、考核要求

1）测度的定义和性质；

2）掌握Lebesgue 外测度和内测度的定义和基本性质；

3）练掌握由卡拉皆屋铎利给出可测集的定义及可测集的基本运算性质。

1. 掌握零测集的性质；开集、闭集的可测性；
2. 约当测度与Lebesgue测度的关系；
3. 解特殊的两类集合，波雷耳集。

第四章 可测函数

1、知识点

可测函数及其性质，几乎处处收敛，叶果洛夫定理，可测函数的构造，依测度收敛

2、考核要求

1）熟练掌握可测函数及其四则运算，可测函数与简单函数的关系，几乎处处成立的概念；

2）理解叶果洛夫定理；

3）理解并掌握鲁津定理及其逆定理；

4）熟练掌握依测度收敛的定义，几乎处处收敛与依测度收敛的几个反例，Riese定理和Lebesgue收敛定理

第五章 积分论

1、知识点

Riemann积分，勒贝格积分的定义，勒贝格积分的性质，一般可积函数，积分的极限定理

2、考核要求

1）了解由确界式定义的Riemann积分，及Riemann积分的缺陷；

2）理解勒贝格积分的定义，掌握可积的两个充要条件；可积的四则运算，勒贝格积分与Riemann积分的关系；

3）熟练掌握勒贝格积分的基本性质和绝对连续性 ；

4）熟练掌握一般可积函数的L积分的定义和初等性质。

5）牢记勒贝格控制收敛定理，列维定理，L 逐项积分定理，积分的可数可加性，Fatou引理及有关积分与求导交换的定理。

**三、参考书目**

1.《实变函数与泛函分析》，程其襄，张奠宙，胡善文等编， 第3版，高等教育出版社，2010.6.

2.《实变函数论》,周民强 编著，北京大学出版社，2001.7